



1. $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}\right)^2$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. $\frac{3}{10}$

ข. $\frac{7}{10}$

ค. $\sqrt{5} - 2$

ง. $\sqrt{6} - 2$

เฉลย ก.

$$\begin{aligned}\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}\right)^2 &= \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right)^2 - 2\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}\right)^2 \\ &= \left(\frac{5}{6}\right) - \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{15}\right) = \frac{25 - 20 + 4}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}\end{aligned}$$

2. $\left(\sqrt{\frac{8}{125}}\right)^4 = \left(\frac{16}{625}\right)^{\frac{1}{x}}$ จงหาค่า x

ก. 3/4

ข. 2/3

ค. 3/2

ง. 4/3

เฉลย ข

$$\left(\left(\frac{8}{125}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 = \left(\left(\frac{2}{5}\right)^4\right)^{\frac{1}{x}}$$

$$\left(\left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 = \left(\left(\frac{2}{5}\right)^4\right)^{\frac{1}{x}}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^6 = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{4}{x}}$$

ดังนั้น $6 = \frac{4}{x}$

ดังนั้น $x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

3. $(\sqrt{18} + 2\sqrt[3]{-125} - 3\sqrt[4]{4})^3$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. -1000

ข. 1000

ค. $2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$

ง. $5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$

เฉลย ก.

$$(\sqrt{18} + 2\sqrt[3]{-125} - 3\sqrt[4]{4})^3 = (3\sqrt{2} - 10 - 3\sqrt{2})^3 = (-10)^3 = -1000$$

4. $-1 \leq \sqrt{2} + \frac{x}{1-\sqrt{2}} \leq 1$ ค่า x คือข้อใด

ก. $[\sqrt{2}-1, 1]$

ข. $[\sqrt{2}-1, 2]$

ค. $[3-2\sqrt{2}, 1]$

ง. $[3-2\sqrt{2}, 2]$

เฉลย ก.

$$\begin{aligned} -1 - \sqrt{2} \leq \frac{x}{1-\sqrt{2}} \leq 1 - \sqrt{2} &= (-1 - \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) \geq \frac{x(1-\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})} \geq (1 - \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) \\ &= -(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) \geq x \geq (1 - \sqrt{2})^2 \\ &= -(1 - 2) \geq x \geq 1 - 2\sqrt{2} + 2 \\ &= 1 \geq x \geq 3 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

5. สามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งที่มีความสูง 1 หน่วย จะมีด้านยาวด้านละกี่หน่วย

ก. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ข. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

ค. $\frac{4}{3}$

ง. $\frac{3}{2}$

เฉลย ข.

ความสูงของสามเหลี่ยมด้านเท่าคือ ด้าน $\cdot \sin 60 = 1$

$$\text{ด้าน} = \frac{1}{\sin 60} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

6. กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และ $\cos B = 2/3$ ถ้าด้าน BC ยาว 1 หน่วย พื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC มีค่าตารางหน่วย

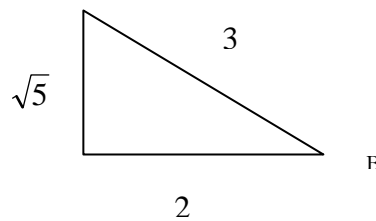
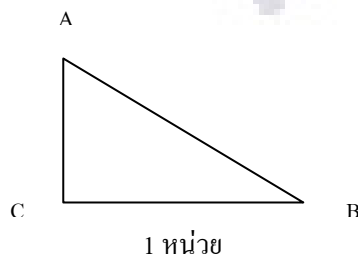
ก. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

ข. $\frac{\sqrt{5}}{4}$

ค. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

ง. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

เฉลย ข.



$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยม ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AC$$

$$\frac{AC}{1} = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{ดังนั้น} \quad AC = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยม ABC} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

7. พจน์ที่ 31 ของลำดับเลขคณิต $-\frac{1}{20}, -\frac{1}{30}, -\frac{1}{60}, \dots$ เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{5}{12}$

ข. $\frac{13}{30}$

ค. $\frac{9}{20}$

ง. $\frac{7}{15}$

เฉลย ง.

$$d = -\frac{1}{30} - \left(-\frac{1}{20}\right) = \frac{1}{60}$$

$$a_{31} = a_1 + (n-1)d = -\frac{1}{30} + (30)\left(\frac{1}{60}\right) = \frac{-2+30}{60} = \frac{28}{60} = \frac{7}{15}$$

8. ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต $1-2+4-8+\dots+256$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. -171

ข. -85

ค. 85

ง. 171

เฉลย ง.

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r} = \frac{a_1 - r a_n}{1 - r}$$

$$r = \frac{-2}{1} = -2$$

$$S_n = \frac{1 - (-2)(256)}{1 - (-2)} = 171$$

9. กำหนดให้ S เป็นผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตซึ่งมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 2 ถ้า $S_{10} - S_8 = 32$ แล้ว พจน์ที่ 9 ของอนุกรมนี้ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{16}{3}$

ข. $\frac{20}{3}$

ค. $\frac{26}{3}$

ง. $\frac{32}{3}$

เฉลย ง.

$$S_{10} - S_8 = 32$$

$$\left(\frac{a_1(1-(2)^{10})}{1-2}\right) - \left(\frac{a_1(1-(2)^8)}{1-2}\right) = 32$$

$$a_1 = \frac{1}{24}$$

$$a_9 = a_1 r^{n-1} = \left(\frac{1}{24}\right)(2)^8 = \frac{32}{3}$$

10. คะแนนของผู้เข้าสอบ 15 คน เป็นดังนี้

45, 54, 59, 60, 62, 64, 65, 68, 70, 72, 73, 75, 76, 80, 81 ถ้าเกณฑ์ในการสอบผ่าน คือต้องได้คะแนนไม่ต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 60 แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นคะแนนต่ำสุดของผู้ที่สอบผ่าน

- ก. 68 คะแนน ข. 70 คะแนน ค. 72 คะแนน ง. 73 คะแนน

เฉลย ก.

1. เรียงคะแนนจากน้อยไปมาก (เขาเรียงให้เรียบร้อย)

2. ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 60 = $\frac{(15+1)(60)}{100} = 9.6$ ตำแหน่งที่ 9.6 อยู่ระหว่างตำแหน่งที่ 9 กับ 10 ซึ่งมีค่า

ระหว่าง 70 กับ 72 แต่คะแนนเป็นจำนวนเต็มดังนั้นจึงใช้ตัวที่สูงกว่าคือ 72

11. กำหนด x_1, x_2, \dots, x_{10} มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต \bar{x}

กำหนด y_1, y_2, \dots, y_{20} มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต \bar{y}

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 160, \quad \sum_{i=1}^{20} (y_i - \bar{y})^2 = 110 \quad \text{และ} \quad \bar{x} = \bar{y} \quad \text{ถ้า นำข้อมูลมารวมกันจงหาค่าส่วน}$$

เบี่ยงเบนมาตรฐานข้อมูลชุดใหม่เท่ากับข้อใด

- ก. 3 ข. 5 ค. 7 ง. 9

เฉลย ก.

$$SD_{Total} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{j=1}^m (y_j - \bar{y})^2}{n+m}} = \sqrt{\frac{160+110}{10+20}} = \sqrt{\frac{270}{30}} = 3$$

12. ผลบวกทุกค่าของ $x^3 - 2x = |x|$

- ก. 0 ข. $\sqrt{3}$ ค. $\sqrt{3}-1$ ง. $\sqrt{3}+1$

เฉลย ก.

1. $x^3 - 2x = -x, x \leq 0$

$$x(x-1)(x+1) = 0 \quad \text{ค่า } x \text{ เป็น } 0 \text{ หรือ เป็นลบคำตอบจึงเป็น } 0 \text{ และ } -1$$

2. $x^3 - 2x = x, x > 0$

$$x^3 - 3x = 0, x > 0$$

$$x(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) = 0 \quad \text{ค่า } x \text{ เป็นบวกเท่านั้นคือ } \sqrt{3}$$

ผลรวมของค่า x ทุกค่าคือ $0 + -1 + \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1$

13. a_1, a_2, \dots เป็นลำดับเลขคณิต $a_2 + a_3 + \dots + a_9 = 100$ แล้ว $S_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 + a_{10}$ มีค่าเท่าใด

- ก. 120 ข. 125 ค. 130 ง. 135

เฉลย ข.

$$a_2 + a_3 + \dots + a_9 = 100 \quad , \quad \frac{8(a_2 + a_9)}{2} = 100$$

$$a_2 + a_9 = 25 \quad \text{ดังนั้น} \quad a_1 + d + a_1 + 8d = 25 \quad \text{จะได้} \quad 2a_1 + 9d = 25$$

$$S_{10} = \frac{10(2a_1 + 9d)}{2} = 5(25) = 125$$

14. ผลบวกของรากทั้งหมดของสมการ

$$\log_3(3^{\frac{1}{x}} + 27) = \log_3 4 + 1 + \frac{1}{2x}$$

- ก. 0 ข. 0.5 ค. 0.75 ง. 1

เฉลย ค.

$$\log_3(3^{\frac{1}{x}} + 27) = \log_3 4 + 1 + \frac{1}{2x}$$

$$\log_3(3^{\frac{1}{x}} + 27) = \log_3 4 + \log_3 3 + \frac{1}{2x} \log_3 3$$

$$\log_3(3^{\frac{1}{x}} + 27) = \log_3(4)(3)(3)^{\frac{1}{2x}}$$

$$3^{\frac{1}{x}} + 27 = 12 \cdot (3)^{\frac{1}{2x}} \quad \text{ให้} \quad a = (3)^{\frac{1}{2x}} \quad \text{ดังนั้น} \quad a^2 - 12a + 27 = 0$$

$$(a-3)(a-9) = 0 \quad , \quad a = 3^1 \text{ และ } 3^2$$

$$\frac{1}{2x} = 1, 2 \quad \text{ดังนั้น} \quad x = 0.5 \text{ และ } 0.25 \quad \text{ผลบวกของค่า } x \text{ คือ } 0.75$$

15. f เป็นฟังก์ชันในช่วง $(0, \infty)$, $f(2) = 2f(1)$, $f'(x) = 27x - \frac{1}{x^2}$ ถ้า L เป็นเส้นสัมผัสของ $y = f(x)$

ที่จุด $(1, f(1))$ จุดใดอยู่บนเส้นตรง L

- ก. (2, 64) ข. (2, 66) ค. (3, 94) ง. (3, 96)

เฉลย ข.

$$f(x) = \int (27x - x^{-2}) dx = \frac{27x^2}{2} - \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + c = \frac{27x^2}{2} + \frac{1}{x} + c$$

$$f(2) = 2f(1) \quad \text{จะได้} \quad \frac{27(2)^2}{2} + \frac{1}{2} + c = 2\left(\frac{27(1)^2}{2} + \frac{1}{1} + c\right) \quad \text{ดังนั้น} \quad c = 25.5$$

$$f(x) = \frac{27x^2}{2} + \frac{1}{x} + 25.5 \quad \text{ดังนั้น} \quad f(1) = \frac{27}{2} + 1 + 25.5 = 40$$

$$m = f'(1) = 27(1) - (1)^{-2} = 26$$

$$\text{สมการเส้นตรงคือ} \quad y - 40 = 26(x - 1)$$

$$y = 26x + 14 \quad \text{ถ้า } x = 2 \quad \text{แล้ว } y = 66$$

16. $A = \{ x/a < x < b \}$ จากอสมการ

$$\log_2(2x-1) - \log_4\left(x^2 + \frac{1}{2}\right) < \frac{1}{2} \quad \text{หาค่า } a + b$$

ก. 0 ข. 1 ค. 2 ง. 3

เฉลย ก

$$\log_2(2x-1) - \log_4\left(x^2 + \frac{1}{2}\right) < \frac{1}{2}$$

$$\log_2(2x-1) - \frac{1}{2}\log_2\left(x^2 + \frac{1}{2}\right) < \frac{1}{2}\log_2 2$$

$$2\log_2(2x-1) - \log_2\left(x^2 + \frac{1}{2}\right) < \log_2 2$$

$$\log_2(2x-1)^2 - \log_2\left(x^2 + \frac{1}{2}\right) < \log_2 2$$

$$\log_2\left(\frac{(2x-1)^2}{x^2 + \frac{1}{2}}\right) < \log_2 2$$

$$\left(\frac{(2x-1)^2}{x^2 + \frac{1}{2}}\right) < 2 \quad \text{ย้ายข้างได้} \quad \left(\frac{(2x-1)^2}{x^2 + \frac{1}{2}} - 2\right) < 0$$

$$4x^2 - 4x + 1 - 2x^2 - 1 < 0$$

$$2x^2 - 4x < 0$$

$$x(x-2) < 0$$

$$0 < x < 2 \quad \text{ดังนั้น } a = 0 \text{ และ } b = 2 \quad \text{ดังนั้น } a + b = 0 + 2 = 2$$

17. $\frac{1}{\tan^2 x} + \frac{1}{\cot^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 7$ หา $\tan^2 2x$

ก. 4 ข. 6 ค. 8 ง. 10

เฉลย ค.

เปลี่ยนค่าตรีโกณเป็น sin และ cos ให้หมด

$$\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 7$$

นำ $\sin^2 x \cdot \cos^2 x$ คูณตลอดทั้งสองข้างได้

$$\cos^4 x + \sin^4 x + \cos^2 x + \sin^2 x = 7\sin^2 x \cos^2 x$$

$$\cos^4 x + 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x + \sin^4 x + \cos^2 x + \sin^2 x = 7\sin^2 x \cos^2 x + 2\sin^2 x \cos^2 x$$

$$(\cos^2 x + \sin^2 x)^2 + 1 = 9\sin^2 x \cos^2 x$$

$$1 + 1 = 9\sin^2 x \cdot \cos^2 x$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$2 \sin x \cdot \cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin 2x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan^2 2x = \frac{\sin^2 2x}{1 - \sin^2 2x} = \frac{\frac{8}{9}}{1 - \frac{8}{9}} = 8$$

18. $\sin(\arctan 2 + \arctan 3)$ มีค่าตรงกับข้อใด

- ก. -0.5 ข. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ค. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ง. 0.5

เฉลย ก.

$$\text{Arctan} 2 = A \text{ ดังนั้น } \tan A = 2 \text{ วาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ } \sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}, \cos A = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Arctan} 3 = B \text{ ดังนั้น } \tan B = 3 \text{ วาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ } \sin B = \frac{3}{\sqrt{10}}, \cos B = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A$$

$$\sin(A+B) = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{5\sqrt{50}}{50} = \frac{25\sqrt{2}}{50} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

19. $\sec x + \csc x = 1$ จงหา $\sin 2x$

- ก. $2(1-\sqrt{2})$ ข. $2(\sqrt{2}-1)$ ค. $1-\sqrt{3}$ ง. $\sqrt{3}-1$

เฉลย ก.

$$\sec x + \csc x = 1$$

$$\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 1$$

$$\sin x + \cos x = \sin x \cdot \cos x$$

ยกกำลังทั้งสองข้างได้

$$\sin^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = \sin^2 x \cdot \cos^2 x$$

$$\text{ให้ } a = \sin x \cdot \cos x$$

$$a^2 - 2a - 1 = 0$$

$$a = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\sin x \cdot \cos x = 1 - \sqrt{2}$$

$$2 \sin x \cdot \cos x = 2(1 - \sqrt{2})$$

$$\sin 2x = 2(1 - \sqrt{2})$$

โรงเรียนพระเวรรณ

ทวดวิชาเจ้าตรีเมฆ

โดย อ. ป๋อ